

своей. То, что одни импульсы вызывают ощущение света, другие — звука, третьи — мышечные сокращения, всецело определяется местом назначения, к которому приходит импульс, а не какими-либо особенностями самих импульсов.

Хотя нервное волокно можно стимулировать в любой его точке, в нормальных условиях возбуждение возникает только на одном его конце, от которого импульс идет вдоль волокна до другого его конца. Можно, однако, отметить, в качестве интересной особенности, что у человека есть нерв, раздражение которого иногда происходит не на конце, а в некоторой промежуточной точке его длины — это локтевой нерв, лежащий в области локтя близко к поверхности кожи. Этот нерв состоит из волокон, проводящих импульсы при ощущениях боли, прикосновения, холода, давления и т.д. Поэтому при ударе локтя возникает иногда неопределенное "смазанное" ощущение.

Поскольку нервная система состоит из обособленных элементов — нейронов, но действует как единая система, то, следовательно, между нейронами имеются связи. Эти межнейронные связи называют синапсами. Синапс — это такой участок, где один нейрон соприкасается (правильнее сказать, почти соприкасается) с другим и может воздействовать на него.

Синапсом очень разнообразны и устроены сложно. Поэтому, так же как и в случае с нейроном, можно лишь весьма условно изображать "типичный" синапс (рис. 2). Окончание аксона, под-

ходящего к телу или дендриту другого нейрона, несколько утолщается. Между этим окончанием и телом (или дендритом) сохраняется щель, называемая синаптической щелью. В утолщении аксона имеется множество так называемых синаптических пузырьков. При подходе нервного импульса по аксону к его окончанию разрываются один или



Рис. 2

несколько синаптических пузырьков и их содержимое выбрасывается в синаптическую щель. Выбрасываемое в щель вещество обладает способностью воздействовать на нейрон. Вместе с тем в синаптической щели постоянно находится вещество, которое способно ней-

трализовать содержимое синаптических пузырьков, показавшее в щель. Через некоторое время происходит такая нейтрализация и синапс, тем самым, готов к проведению очередного импульса. Весь этот процесс происходит быстро, однако за время, сравнимое со временем прохождения импульса по нервному волокну. Это делает необходимым принятия во внимание задержки импульса при прохождении через синапс.

2. Нейронные сети.

Материал, представленный в предыдущем параграфе, в целом можно считать достаточным для того, чтобы на его основе прийти к описываемой ниже модели — нейронным сетям.

Данный момент в изложении интересен тем, что читатель, не знакомый с идеей подхода к моделированию в виде нейронных сетей, может сейчас ясно осознать и представить себе трудности изобретения подхода к биологическому материалу с позиций моделирования. Действительно, можно считать, что в его распоряжении есть все необходимые исходные биологические сведения для создания модели. Как ее сделать? Что она должна собой представлять? На какие вопросы мы собираемся ответить с ее помощью? Какова цель ее построения?

Прежде всего нужно понять, что в имеющемся биологическом материале мы намерены принимать во внимание, а что — игнорировать. В рамках нейронных сетей были приняты следующие физические допущения [2, 3].

1. Возбуждение нейрона осуществляется по принципу "все или ничего".

2. Нейрон в некоторый момент времени возбуждается, если в предшествующий момент (точнее было бы сказать так: в предшествующий небольшой промежуток времени) возбуждено не менее чем определенное фиксированное число синапсов. Это число не зависит от предыдущей активности нейрона и от расположения синапсов на нейроне.

3. Единственным запаздыванием в нервной системе, имеющим значение, является синаптическая задержка.

4. Активность какого-либо тормозящего синапса полностью исключает возможность возбуждения данного нейрона в рассматриваемый момент времени.

5. С течением времени структура сети не меняется.

Каждое из этих допущений в чем-то огрубляет реальную картину, хотя и в разной степени. Так первое из них, можно считать, довольно точно соответствует принципу работы нейрона. Второе, явным образом вводя в рассмотрение понятие порога нейрона, считает значение порога не зависящим от предыдущей активности нейрона (т.е. лишает, в сущности, нейрон возможности обладать чем-то вроде памяти), и от расположения синапсов на нейроне (то есть исключает из рассмотрения "геометрию" нейрона - неоднородность, в смысле возбудимости, разных его участков). Это, конечно, определенное огрубление. В рамках третьего допущения мы полагаем импульсы распространяющимся по волокну мгновенно и учитываем только синаптическую задержку. Очевидным огрублением является и пятое допущение: структура реальной нервной сети все время меняется хотя бы в силу постоянного отмирания части нейронов.

Нейрон в модели изображается обычно так, как это сделано на рис. 3. На этом рисунке треугольник изображает тело нейрона, острием от его сторон - его аксон (который может разветвляться).

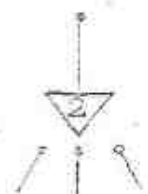
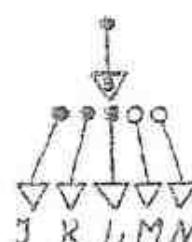


Рис. 3.

Кружочки у тела нейрона изображают места контактов (синапсы) подходящих к телу нейрона нервных волокон от других нейронов, причем зачеркнутыми кружочкам соответствуют возбуждающие синапсы, незачеркнутыми - тормозящие. Нервные волокна, подходящие к телу нейрона, рассматриваются как его входы, аксон - как его выход. Число внутри треугольника - порог возбуждения нейрона. Время дискретно. Если в данный момент времени число активных возбуждающих синапсов больше (или равно) величине порога, то в следующий момент нейрон возбуждается и по его нервному волокну распространяется импульс. Активность какого-либо тормозящего синапса на теле нервной клетки исключает ее возбуждение в следующий момент времени.

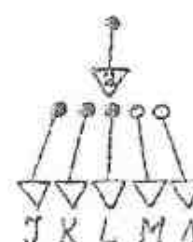
Из таких нейронов подготавливаем их входы и выходы друг другу получаем сети, которые и были названы нейронными сетями. На рис. 4 изображен пример такой сети. Входами нейронной сети называются свободные входы нейронов сети, т.е. такие входы, к которым не подсоединены выходы других нейронов, выходами

сети - свободные выходы, т.е. такие выходы нейронов сети, которые не подсоединены ко входам других нейронов.



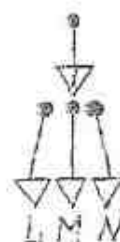
$$P(t) = J(t-1) \\ \& X(t-1) \& L(t-1) \\ \& M(t-1) \& N(t-1)$$

Рис. 4



$$P(t) = (J(t-1) \& L(t-1) \\ \vee (J(t-1) \& L(t-1) \vee K(t-1) \\ \& L(t-1)) \& M(t-1) \& N(t-1)$$

Рис. 5



$$P(t) = L(t-1) \\ \vee M(t-1) \\ \vee N(t-1)$$

Рис. 6



$$P(t) = H(t-1) \\ Q(t) = H(t-2)$$

Рис. 7

Функционирование такой сети можно описать некоторым логическим выражением. Действительно, сопоставим каждому нейрону $\tilde{X}$ функцию $X(t)$, принимающую значение 1, если в момент времени t нейрон $\tilde{X}$ возбужден, и 0 - если не возбужден. Тогда условия возбужденности нейрона $\tilde{P}$ на рис. 4 могут быть, очевидно, представлены формулой, помещенной внизу рисунка. Эта сеть является примером сетей, называемых координативными.

Условия возбуждения нейрона $\tilde{P}$ (и, соответственно, функция, представляющая эти условия) меняются, если меняется порог нейрона. Это хорошо видно на примере сети на рис. 5 (и соответствующей функции), которая отличается от сети на рис. 4 только изменением порога нейрона $\tilde{P}$ (величина порога изменена с 3 на 2).

На рисунках 6 и 7 представлены примеры сетей, называемых соответственно дизъюнктивными и сетями задержки. Причины таких названий очевидны и определяются видом выражений, описывающих функционирование таких сетей.

Итак, определилась идея подхода. В общих чертах возникло представление о том, что есть модель. Следующий этап - разработка системы логик, характеризующих модель. Результатом этого этапа должен стать некоторый аппарат - совокупность логик, достаточно четко очерченных, в рамках которых мы могли бы пытаться анализировать модель и получать некоторые утверждения о ее свойствах.

Рассмотрим нейронную сеть с K ($K \geq 1$) входными нейронами $\tilde{N}_1, \tilde{N}_2, \dots, \tilde{N}_K$ в настоящий момент времени. Этот момент обозначим через p . Условия возбужденности или невозбужденности входных нейронов полагаем внешними по отношению к сети (например, возбуждения через посредство рецепторов). Их можно задать строчкой длины K из нулей и единиц, где 0 или 1 отражает невозбужденность или возбужденность соответствующего входного нейрона в момент p . Очевидно, что так же можно описать состояния входов сети и в предшествующие моменты времени. Выписанные одна под другой, эти строчки образуют таблицу. Таким образом мы приходим к понятию истории входа сети.

Историей входа сети (или просто входом сети) назовем таблицу с K столбцами, соответствующими входным нейронам, и строками, соответствующими моментам времени, отсчитываемым в обратном порядке от настоящего момента p . Пересечения строк и столбцов заполняются нулями и единицами, причем 0 означает, что данный нейрон не возбужден, а 1 — что он возбужден в данный момент времени.

Например, при $K=2$ таблица может быть такой, как таблица I (рис. 3). Цифра 1 в первой строке и первом столбце означает, что нейрон $\tilde{N}_1$ возбужден в момент времени p ; 0 в третьей строке — что $\tilde{N}_1$ не возбужден в момент $p-2$, и т.д. Если эту таблицу продолжить вниз

t	$\tilde{N}_1$	$\tilde{N}_2$
p	1	0
$p-1$	1	1
$p-2$	0	1
$\vdots$		

Рис. 3

таблиц, описывающих историю входа, есть событие. Будем говорить, что событие наступает, если таблица, описывающая данный вход, принадлежит этому подклассу.

Конкретные события можно, в некоторых случаях, задать словесным описанием. Так примерами событий с двумя входными нейронами являются следующие события.

1. $\tilde{N}_1$ возбужден в момент p .
2. $\tilde{N}_1$ и $\tilde{N}_2$ оба возбуждены в момент p .
3. $\tilde{N}_2$ был возбужден в некоторый момент.

4. $\tilde{N}_2$ был возбужден в каждый момент, за исключением момента p .

В этих примерах вход, описанный таблицей I представляет наступление событий 1 и 3, но не 2, а для того, чтобы сказать, представляет ли он наступление события 4, мы должны знать продолжение таблицы.

Рассмотрим теперь события, относящиеся к фиксированному промежутку времени, состоящему из некоторого числа ℓ ($\ell \geq 1$) последовательных моментов $p-\ell+1, \dots, p$, оканчивающихся настоящим моментом. Такие события будем называть определенными событиями длины ℓ . Из приведенных выше примеров событий определенными являются события 1 и 2, но не 3 и 4.

Таблица, описывающая вход с " K " нейронами для ℓ моментов времени, имеет ровно $K\ell$ мест. Следовательно, имеется $2^{K\ell}$ различных таких таблиц и $2^{2^{K\ell}}$ определенных событий длины ℓ с " K " входными нейронами.

Определенное событие мы будем называть позитивным, если оно наступает только в том случае, когда хотя бы один из входных нейронов оказывается возбужденным хотя бы в один из моментов времени в продолжении периода, к которому это событие относится. Из определения следует, что имеется ровно $2^{2^{K\ell}-1}$ позитивных определенных событий длины " ℓ " с " K " входными нейронами.

Каждое из выражений $N_i(p-j+1)$ ($i=1, \dots, K; j=1, \dots, \ell$) символизирует возбужденность или невозбужденность нейрона $\tilde{N}_i$ в момент $(p-j+1)$. Из этих выражений как из элементарных компонент мы будем строить более сложные выражения, называемые $K\ell$ -формулами. Для каждой $K\ell$ -формулы будем полагать определенным параметр J , называемый ее глубиной.

Определение (индуктивное) $K\ell$ -формулы следующее:
 1. Для любых i и j ($i=1, \dots, K; j=1, \dots, \ell$) $N_i(p-j+1)$ и $\bar{N}_i(p-j+1)$ являются $K\ell$ -формулами глубины 0.
 2. Пусть $J > 0$ и $G_1, \dots, G_n$ ($n \geq 2$) — $K\ell$ -формулы глубины меньшей, чем J , и хотя бы одна из них имеет глубину, равную $J-1$. Тогда $(G_1 \& \dots \& G_n)$ и $(G_1 \vee \dots \vee G_n)$ являются $K\ell$ -формулами глубины J .

Так как истинность или ложность функции, представленной $K\ell$ -формулой, определяется только истинностью и ложностью выражения $N_i(p-j+1)$, то каждая $K\ell$ -фор-

мудра выражает определенное событие длины ℓ с k входными нейронами. Очевидно, справедливо и обратное: каждое определенное событие длины ℓ с k входными нейронами может быть выражено $k\ell$ -формулой.

Нам понадобится еще определение петли и представления событий нейронной сети.

Петлей в нейронной сети назовем множество различных нейронов $N_{i_1}, \dots, N_{i_m}$ ($m \geq 1$) таких, что N_{i_j} ($j=1, \dots, m-1$) имеет соединение (синапс) на нейроне $N_{i_{j+1}}$, а N_{i_m} имеет синапс на N_{i_1} .

Будем говорить, что нейронная сеть представляет событие E посредством возбужденности (или невозбуденности) некоторого своего нейрона N в момент времени t , если нейрон N возбуждается (не возбуждается) только при наступлении события E .

Итак, восстановим еще раз логику создания модели до настоящего момента. Сначала было обозначено то биологическое явление и описан тот биологический объект, которые мы намеревались моделировать. Мы представили основные черты работы нервной системы, которые, как мы считали, необходимо принимать во внимание при построении модели. Затем определилась идея, положенная в основу модели: представлять нейрон в виде очень простого устройства (но сохраняющего, как мы полагаем, основные черты реального нейрона), задавать правила соединения нейрона с другими нейронами и рассматривать сложные такие устройства из многих нейронов. Но это только идея модели. Не нужно разрабатывать так, чтобы в рамках модели можно было бы ставить некоторые вопросы и получать на них ответы. Для этого нужно создать аппарат — систему понятий, достаточно четко очерченных и формализованных. Элементы этого аппарата и возникают с вводом понятий входов и выходов сети, историй входа, события, наступления события, определенных и неопределенных событий и т.д. С введением этих понятий мы готовы к тому, чтобы получить в рамках имеющегося аппарата некоторые утверждения о свойствах модели.

Вопрос, который мы намереваемся поставить и решить сейчас, состоит, содержательно, в следующем. У нас есть объект, называемый нейронной сетью, и есть достаточно общее понятие события, причем события мы можем задавать как указание класса таблиц, так и посредством $k\ell$ -формулы (для определен-

ных событий). Как соотносятся между собой нейронная сеть и события? Может ли быть представлено любое событие в нейронной сети посредством возбуждения, например, некоторого нейрона в ней (т.е. нейрона, возбуждающегося тогда и только тогда, когда наступает данное событие)? И обратно: чему соответствует возбуждение произвольного нейрона в сети? Можно ли считать, что за этим возбуждением всегда стоит наступление некоторого события?

Теорема I [2]. Пусть $\mathcal{F}$ — $k\ell$ -формула глубины j , выражающая определенное событие E длины ℓ с k входными нейронами. Тогда осуществляет нейронная сеть без петель с k входными нейронами, представляющая событие E возбужденностью или невозбуденностью (в зависимости от того, позитивно событие E или нет) некоторого своего нейрона $\tilde{N}$ (внутреннего при $j > 0$) в момент времени $p+j$.

Замечание. По определению $k\ell$ -формулы $\mathcal{F}$ не обязательно все символы N_i ($i=1, \dots, k$) встречаются в $\mathcal{F}$ — отсутствующие, очевидно, соответствуют фиктивным переменным функции, выражаемой формулой $\mathcal{F}$. Строя сеть для формулы $\mathcal{F}$, мы будем принимать во внимание только те нейроны N_i , для которых соответствующие символы N_i встречаются в $\mathcal{F}$. Остальные нейроны можно считать не связанными с сетью или связанными (если мы хотим иметь связанную сеть) так, как это сделано на рис. 9 для нейрона N_2 .

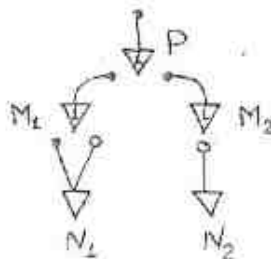


Рис. 9 по $\mathcal{F}$.

1. $j=0$. В этом случае $\mathcal{F}$ есть либо N_i ($p-j+1$), либо $\neg N_i$ ($p-j+1$) для некоторых i и j . Тогда искомым нейрон $\tilde{N}$ есть входной нейрон N_i , если $j=1$. Если $j>1$, то нейрон $\tilde{N}$ есть нейрон, соединенный с N_i посредством надлежащей сети задержки (аналогичной сети задержки на рис. 7).

2. $j>0$. В этом случае $\mathcal{F}$ есть либо $\mathcal{G}_1 \& \dots \& \mathcal{G}_n$, либо $\mathcal{G}_1 \vee \dots \vee \mathcal{G}_n$ ($n \geq 2$). Каждая из $\mathcal{G}_i$ ($i=1, \dots, n$) имеет глубину $j_i < j$ и, следовательно, по индуктивному предположению имеется нейронная сеть с нейроном $\tilde{N}_i$, воз-

бужденность или невозбужденность которого (зависимости от того, положительно или нет событие, выражаемое формулой $\bar{b}_r$) в момент $p + t_r$ представляет соответствующее событие. Далее получим нейрон $\bar{b}_r$, возбужденность (или невозбужденность) которого в момент $p + t - 1$ представляет событие, выраженное формулой $\bar{b}_r$: это нейрон $\bar{b}_r$, если $t_r = t - 1$, в противном случае нейрон $\bar{b}_r$ получается из $\bar{b}_r$ посредством надлежащей сети задержки.

Далее возможны четыре случая.

Случай 1. $\bar{F}$ есть конъюнкция $b_1 \& \dots \& b_n$ и хотя бы одна из формул b_r ($r = 1, \dots, n$) выражает положительное событие. В этом случае в целом событие E положительно и, значит, нам надлежит представить его возбуждением некоторого нейрона $\bar{q}$ в момент $p + t$. Конъюнктивная сеть даст нам этот нейрон.

Случай 2. $\bar{F}$ есть конъюнкция $b_1 \& \dots \& b_n$ и все b_r ($r = 1, \dots, n$) выражают неположительные события. В этом случае событие, выражаемое формулой $\bar{F}$, неположительно. Но его отрицание F положительно: $F = \bar{b}_1 \& \dots \& \bar{b}_n = \bar{b}_1 \vee \dots \vee \bar{b}_n$. Каждое из событий $\bar{b}_1, \dots, \bar{b}_n$ также положительно. Положительное событие F представляется дизъюнктивной сетью с нейроном $\bar{q}$, возбуждающимся в момент $p + t$. Невозбуждение же нейрона $\bar{q}$ в момент $p + t$ будет представлять исходное событие (выражаемое формулой $\bar{F}$), как мы и хотели его представить.

Случай 3. $\bar{F}$ есть дизъюнкция $\bar{b}_1 \vee \dots \vee \bar{b}_n$ и хотя бы одна из формул $b_1, \dots, b_n$ выражает неположительное событие. В целом событие, выражаемое формулой $\bar{F}$, неположительно, однако отрицание формулы $\bar{F}$ дает нам положительное событие: $F = \bar{b}_1 \vee \dots \vee \bar{b}_n = \bar{b}_1 \& \dots \& \bar{b}_n$. Событие, выражаемое формулой $\bar{F}$, представляется, как и в случае 1, конъюнктивной сетью с возбуждающимся в момент $p + t$ нейроном $\bar{q}$. Исходное событие представляется невозбуждением нейрона $\bar{q}$ в момент $p + t$.

Случай 4. $\bar{F}$ есть дизъюнкция $\bar{b}_1 \vee \dots \vee \bar{b}_n$ и все $b_1, \dots, b_n$ выражают положительные события. Событие в целом положительно. Дизъюнктивная сеть представит это событие, как и требуется, возбуждением в момент $p + t$ нейрона $\bar{q}$. Теорема доказана.

Теорема 2 [2]. Для любой данной нейронной сети без петель и любого данного внутреннего нейрона $\bar{q}$ этой сети возбужденность (невозбужденность) этого нейрона в данный момент времени эквивалентна наступлению некоторого положительного (неположительного) определенного события.

Доказательство. Возбуждение или невозбуждение нейрона $\bar{q}$ в момент, который мы обозначим как $(p + t) - 1$, определяется полностью (т.е. возбужденностью или невозбужденностью) в момент p тех нейронов $\bar{q}_1, \dots, \bar{q}_r$, которые имеют синапсы на $\bar{q}$. Рассмотрим те из нейронов $\bar{q}_1, \dots, \bar{q}_r$, которые являются внутренними и повторим эти рассуждения. Так как петель нет, то любая начинающаяся с $\bar{q}$ цепь нейронов, каждый член которой имеет синаптическое соединение (подходящее к нему) со следующим членом, должна отрываться, и оборачиваться она может только на входном нейроне. Пусть $\ell + 1$ — наибольшая из длин этих цепей. Так как $\bar{q}$ — внутренний нейрон, то $\ell \geq 1$. После ℓ шагов не останется подлежащих рассмотрению внутренних нейронов. Таким образом, возбужденность или невозбужденность нейрона $\bar{q}$ в момент $p + t$ полностью определяется состоянием некоторых входных нейронов в некоторые моменты времени между $(p - \ell + 1)$ — и p — м моментом (включительно), т.е. эквивалентна наступлению определенного события длины ℓ . В случае возбуждения нейрона $\bar{q}$ это событие положительно, т.к. для внутренних нейронов возбуждение может только передаваться, но не порождаться. Теорема доказана.

Итак, если рассматривать конечные промежутки времени (и, следовательно, определенные события), то для сетей описанного вида мы получаем результаты, заключающиеся в теоремах 1 и 2.

Надо сказать, что такого рода результаты приводят биологов большей частью в некоторое, пожалуй, замешательство: если это ответ на некоторый вопрос, то, во всяком случае, это ответ на вопрос, который биологи в явном виде не задавали. Действительно, в чем биологический смысл таких результатов?

На этом примере мы сталкиваемся с ситуацией, общей для математического моделирования в биологии и состоящей в следующем. Математик, исследуя построенную им модель, получает совокупность утверждений, характеризующих ее как обобщение, так и частные свойства. Эти утверждения, доказываемые строгими рассуждениями, и есть леммы, теоремы и следствия. Их можно раз-

бить на три класса. Утверждения первого класса имеют в модели "внутренний", "служебный" характер. Они характеризуют формальную конструкцию модели и не имеют биологической интерпретации. Утверждения второго класса имеют биологический смысл, но большей частью не очевидны сразу и потому требуют истолкования и интерпретаций. И, наконец, утверждения третьего класса имеют очевидный и всем понятный биологический смысл и, в частности, содержат ответы на вопросы, интересовавшие биологов еще до построения модели.

Конечно не всякая, а только достаточно адекватная исследуемому явлению и достаточно "богатая" модель может характеризоваться утверждениями всех трех классов. Кроме того, построив модель, мы, конечно, не сразу получаем всю совокупность утверждений, характеризующих ее свойства. Поиск и доказательство этих утверждений - процесс трудный и длительный, так что на каком-то конкретном этапе исследования модели мы можем располагать только частью возможных утверждений и эта часть может целиком попадать в одну из описанных выше категорий утверждений.

Примерами утверждений, имеющих биологический смысл, но не всегда очевидный, и потому требующих истолкования (несложного, в данном случае), служат, как нам кажется, описанные выше утверждения о предсказуемости событий в нейронных сетях. Действительно, о чем они говорят? О том, что сеть из формальных нейронов - из довольно простых моделей - может реализовывать в упомянутом выше смысле любое определенное событие, и обратно - возбуждение или невозбуждение любого внутреннего нейрона сети в любой момент времени представляет наступление некоторого определенного события. Это - довольно много, если учесть, что определенное событие - достаточно общее, и в его рамках можно адекватно и с нужной степенью детализации представить (по принятой мере, в принципе) практически любые виды реальных входящих воздействий. Можно, правда, возразить, сказав, что нельзя, возможно, переносить выводы, полученные для модели, на реальную нейронную сеть, поскольку реальная нейронная сеть и модель - не одно и то же, т.к. далеко не все свойства и характеристики реальной нервной клетки учтены в формальном нейроне: реальный нейрон сложнее и "богаче" свойствами. Однако, если он "богаче" своей моделью, то уж, по крайней мере, как эта модель

он работать может (это будет "частный случай" его работы), а тогда все, что мы можем сказать про сеть из формальных нейронов, становится применимым и к сети из реальных нейронов. Дают ли нам в этом случае что-то новое в знании о сетях из реальных нейронов описанные выше утверждения? Безусловно, дают. Действительно, такие утверждения в применении к реальным нейронным сетям отнюдь не очевидны. Их можно предполагать, исходя из общих соображений, базирующихся на том убеждении, что богатые возможности в целом нервной системы основываются на возможностях таких нейронных сетей - предполагать, но в рамках модели это, в сущности, доказывается.

Дальнейшее развитие теории сетей из формальных нейронов шло по пути включения в рассмотрение обратных связей и представляло собой один из истоков теории автоматов. В теории автоматов [4] рассматриваются сети, состоящие не обязательно из таких простых устройств, как формальный нейрон, а из любых конечных автоматов. Показано, что такие сети могут представлять все так называемые регулярные события и только их. Отметим, что представление определенных событий - это частный случай представления регулярных событий.

Были попытки представить формальный нейрон в виде более сложного устройства, учитывающего и другие свойства реального нейрона, кроме уже принятых в рассмотрение, и потому в большей степени имитирующего работу реального нейрона. Можно при этом использовать ранее рассмотренные формальные нейроны, но уже не в качестве модели нейрона, а как устройства, из которых конструируется целая сеть, в целом представляющая собой в этом случае модель одного нейрона. Затем уже из таких сетей нейронов можно строить нейронные сети в надежде, что они проявят более "богатые" свойства, приближающиеся к свойствам реальных сетей. Однако можно показать, что в общем случае сети из сложных моделей нейронов обладают такими же возможностями, что и сети из простых формальных нейронов, то есть на этом пути мы не получаем выигрыша в возможностях сети нейронов. Этот вывод интересен еще и тем, что является примером того, как теория позволяет предупредить бесполезную трату сил в направлении, не сулящем успех.

Есть еще одно обстоятельство, не отраженное в той модели нейронной сети, которую мы рассмотрели, и учет которого приво-

лит и новым интересным обобщениям и постановкам задач. Это обстоятельство связано с учетом роли ошибки в функционировании нейронной сети.

Во всех предыдущих рассуждениях предполагалось, что нейроны работают без ошибки. Ясно, что в действительности это не так. Мы не будем здесь рассматривать в общем случае проблемы, возникающие вместе с допущением для нейрона возможности ошибаться, а проиллюстрируем характер их на примере работы запоминающего органа [5]. Важно подчеркнуть, что трудности, появившиеся с допущением ошибки, связаны не столько с получением ложных результатов работы нейронной сети, сколько в том, что эти результаты могут вообще не относиться к делу.

Положим, что каждый нейрон, статистически независимо от остальных, имеет вероятность несрабатывания ε . Нейрон реагирует некоторой функцией. Можем, очевидно, считать, что $\varepsilon \leq \frac{1}{2}$, ибо если $\varepsilon > \frac{1}{2}$, то мы можем полагать, что нейрон выполняет противоположную функцию с вероятностью несрабатывания, равной $1 - \varepsilon < \frac{1}{2}$.

Рассмотрим для примера работу простейшего запоминающего органа. Он представляет собой схему (рис. 10), состоящую из одного нейрона с порогом 1, двумя входами, раздвоенным выходом и петлей обратной связи. Если $\varepsilon = 0$, то, раз возбужденный, эта схема продолжает давать на выходе единицу во все последующие моменты времени. В этом и состоит ее запоминание.



Рис. 10.

Положим теперь, что $0 < \varepsilon \leq \frac{1}{2}$. Пусть в некоторый момент t орган получил на свой вход 1 и после этого больше не возбуждался (т.е. на вход подавался только нуль). Обозначим через P_t вероятность того, что после t моментов времени он все еще возбужден (т.е. выдает на выходе 1). Очевидно, выполняется следующее рекуррентное соотношение.

$$P_{t+1} = (1 - \varepsilon)P_t + \varepsilon(1 - P_t)$$

Первый член суммы соответствует возбужденности органа в t -й момент времени и переходу без ошибки к моменту $(t+1)$ -му. Второй член суммы соответствует невозбужденности органа в

t -й момент времени и переходу с ошибкой (т.е. возбуждению) в $(t+1)$ -му моменту. Это соотношение может быть переписано в таком виде:

$$P_{t+1} - \frac{1}{2} = (1 - 2\varepsilon)(P_t - \frac{1}{2})$$

Отсюда, для малых ε имеем:

$$P_t - \frac{1}{2} = (1 - 2\varepsilon)^t (P_0 - \frac{1}{2}) \approx e^{-2\varepsilon t} (P_0 - \frac{1}{2})$$

Из полученного соотношения следует, что при $t \rightarrow \infty$ $P_t \rightarrow \frac{1}{2}$. Содержательно это означает, что по прошествии достаточно долгого времени содержание памяти теряется и состояние запоминающего органа с одинаковой вероятностью может быть правильным или неправильным, т.е. оно не имеет отношения к делу.

Это был только пример. Задачи здесь гораздо больше, разнообразнее и выходят за рамки вопросов, имеющих под собой только биологическую основу. В целом возникающее здесь направление может быть охарактеризовано как построение надежных конструкций из элементов, надежность которых ограничена.

3. О распознавании образов.

Следует, по-видимому, признать, что в целом модели в виде нейронных сетей дали сравнительно немного для понимания принципов работы мозга, во всяком случае гораздо меньше, чем от них ожидалось. Возможно, что эту, в известной степени, неудачу нейронных сетей можно объяснить следующими соображениями.

При изучении сложных систем обычен подход, при котором систему рассматривают как состоящую из некоторой совокупности частей, считающихся элементарными, затем изучают эти части в отдельности, способы их соединений в целое и на этой основе получают результаты о функционировании системы в целом.

Однако, если в качестве элементарных взять части слишком мелкие и простые, то задача изучения системы в целом, по крайней мере, для некоторых конкретных систем, может в известной степени потерять смысл. Так, например, зрение можно рассматри-